【2021 秋 量子力学】

(1) $E_x = \hbar\omega\left(n_x + \frac{1}{2}\right)$, $E_y = \hbar\omega\left(n_y + \frac{1}{2}\right)$ $\varepsilon_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right)$

$E = E_x + E_y = \hbar\omega(n+1)$ ($*$ $n = n_x + n_y$)

	$n_x + n_y$		縮退
$n=0$ のとき	$0+0$	… 1通り	なし
$n=1$ のとき	$1+0$, $0+1$	… 2通り	2
$n=2$ のとき	$2+0$, $1+1$, $0+2$	… 3通り	3

$E_0 = \hbar\omega$ (なし)

$E_1 = 2\hbar\omega$ (2重)

$E_2 = 3\hbar\omega$ (3重)

(2) $\psi_0(x, y) = \phi_0(x) \cdot \phi_0(y)$

$\psi_1(x, y) = \phi_1(x)\phi_0(y),\ \phi_0(x)\phi_1(y)$

$\psi_2(x, y) = \phi_2(x)\phi_0(y),\ \phi_1(x)\phi_1(y),\ \phi_0(x)\phi_2(y)$

(3) $[\hat{H}_0, \hat{H}_1] = \cdots = 0$ (略) $\hat{H}_0$ の状態と $\hat{H}_1$ の状態は同時固有状態をもつ

(4) $\hat{H}_1\psi(x, y) = \lambda\psi(x, y)$ が成立すればよい.

$\hat{H}_1\psi(x, y) = \underbrace{\mu\hbar\omega}_{\lambda}\underbrace{(x+iy)^{\mu}F(r)}_{\psi(x, y)} \Rightarrow \lambda = \mu\hbar\omega$

(5) $E = (n+1)\hbar\omega$, $\lambda = \mu\hbar\omega$ より $n+1 = \mu = 1, 2, 3\cdots$

$\hat{H}_1$ の固有関数は $\hat{H}_0$ の固有関数の線形結合になっている.

$$\begin{cases} \hat{H}u_1 = \lambda u_1 \\ \hat{H}u_2 = \lambda u_2 \end{cases}$$

$u = au_1 + bu_2$

$$\begin{aligned} \hat{H}u &= \hat{H}(au_1 + bu_2) \\ &= a\hat{H}u_1 + b\hat{H}u_2 \\ &= \lambda(au_1 + bu_2) \end{aligned}$$