

数学テスト B3(複素関数論①)

試験時間 50min

氏名: _____

① 次の複素関数の収束半径を求めよ。
 しかし *d'Alembert* の収束法を用いること。
 また、(3) は収束円内における和を求めよ。

(1) $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{n!}$

(2) $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} (1 + n^{-1})^n z^n$

(3) $f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} (3^n - 2) z^{n-1}$

(4) $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f_n(\alpha)f_n(\beta)}{n!f_n(\gamma)} z^n$ [$f_n(t) = t(t+1)\cdots(t+n-1)$]

この級数はガウスの超幾何関数と呼ばれる。

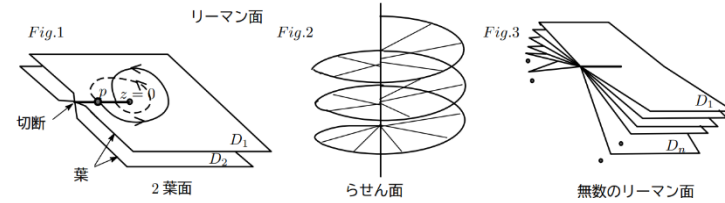
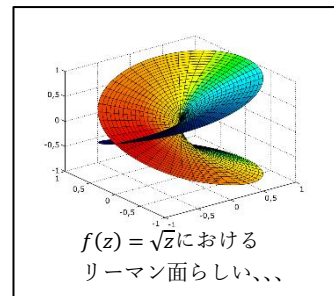
(5) $f(z) = \cosh(z)$

(6) $f(z) = (3 - z)^{-1}$

② 次の関数のリーマン面を求めよ。

(1) $f(z) = \sqrt{z}$

(2) $f(z) = (z^2 + 1)^{\frac{1}{2}}$



③ 次の複素関数が微分可能であるか *Cauchy - Riemann* の関係式を使って判別せよ。微分可能である場合、微分可能な領域も述べよ。

(1) $f(z) = z^{-1}$

(2) $f(z) = \bar{z}^2$

④ 次の複素積分を求めよ。

(1) $\int_{c_1} z dz$

(2) $\int_{c_2} z dz$

(3) $\int_{c_3} z^2 dz$

(4) $\int_{c_4} z^2 dz$

