平成29年度　東工大院試　午前

3　$m\ddot{x} + \frac{m}{\tau}\dot{x} + m\omega_0^2 x = -eE$

(1) 上式の左辺第2項及び第3項の微視的な起源を説明

第2項：単位時間あたりの散乱確率 $\frac{1}{\tau}$ で電子が散乱される衝突項

第3項：電子に働く復元力によって調和振動することを表す。

ドルーデの模型

(2) $\tau \to \infty$

$\omega_p = \sqrt{\frac{ne^2}{m\varepsilon_0}}$　プラズマ振動数

EOMは

$m\ddot{x} + m\omega_0^2 x = -eE$

$x(t) = X(\omega)e^{-i\omega t}$ を代入

$-\omega^2 m X e^{-i\omega t} + m\omega_0^2 X e^{-i\omega t} = -eE$

$E(t) = E_0 e^{-i\omega t}$ を代入

$= -eE_0 e^{-i\omega t}$

$e^{-i\omega t}$ で割る

$-\omega^2 m X + m\omega_0^2 X = -eE_0$

$X = \frac{e}{m(\omega^2-\omega_0^2)}E_0$ と表せる

$\therefore j = -en_e\dot{x}$ と書けるので

$= i\omega e n_e \frac{e}{m}\frac{1}{(\omega^2-\omega_0^2)}E_0 e^{i\omega t}$

なんで +になった?

$\dot{x} = -i\omega e^{-i\omega t} X(\omega)$

$= -i\omega e^{-i\omega t} \frac{e}{m(\omega^2-\omega_0^2)}E_0$

又、ω_p より

$= i\omega\varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega^2-\omega_0^2}E_0 e^{i\omega t}$ //

(3) j と Maxwell を用いて $\varepsilon(\omega)$, $\mu(\omega)$ を求める。

$n(\omega) = \sqrt{\frac{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)}{\varepsilon_0\mu_0}}$

分極

$P = -en_e x$

$= -en_e\frac{e}{m}\frac{1}{\omega^2-\omega_0^2}E_0 e^{i\omega t} \times \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0}$

$\chi = -\frac{e^2 n_e}{\varepsilon_0 m}\frac{1}{\omega^2-\omega_0^2}$ とおく

$= \varepsilon_0\chi(\omega)E(t)$

$\mathbb{D} = \varepsilon_0 \mathbb{E} + \mathbb{P}$ 分極ベクトル

$\mathbb{P} = \chi_e \mathbb{E}$

$\chi_e = \varepsilon_0 \chi$ かな?

$$= \underbrace{\varepsilon_0 (1+\chi)}_{\varepsilon(\omega)} \mathbb{E}$$

電気感受率

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbb{H} - \dfrac{\partial D}{\partial t} = 0 \\ \nabla \times \mathbb{E} + \mu(\omega)\dfrac{\partial H}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

j いるんじゃ

$$\therefore \left(\nabla^2 - \varepsilon(\omega)\mu(\omega)\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbb{E} = 0$$

$$\therefore \mu = (1+\chi_m)\mu_0$$

どの式から導いた??

$$\therefore n(\omega) = \sqrt{1+\chi}\sqrt{1+\chi_m}$$

磁気感受率

$$\approx \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_0^2}}$$

Maxwell eq をどこで用いたのか分からない

知識不足すぎる...

(4)

$\mathbb{B} = \mu_0 \mathbb{H}$

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbb{H} - \dfrac{\partial D}{\partial t} = 0 \\ \nabla \times \mathbb{E} + \mu(\omega)\dfrac{\partial H}{\partial t} = 0 \end{cases}$$

上の式のrotを取って代入?!

⟶ 物質中の波動方程式を求める

$$\therefore \left(\nabla^2 - \underbrace{\varepsilon(\omega)\mu(\omega)}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\mathbb{E} = 0$$

運さ v

$$\therefore \mu = (1+\chi_m)\mu_0$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

$$\cancel{\nabla^2 \mathbb{E} - \varepsilon\mu\frac{\partial^2}{\partial t^2}\mathbb{E} = 0}$$

物質中の電磁波の速度は

真空中 〃 より小さい

$$n(\omega) = \sqrt{1+\chi}\sqrt{1+\chi_m}$$

$$\approx \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\underset{\text{小さい}}{\omega^2} - \omega_0^2}} > 0$$

となる

屈折率が正より

反射と屈折が同時に起こる

(5) $\omega_0 = 0$ $\tau \to \infty$. $\omega_p > \omega$

$$n(\omega) = \sqrt{1-\left(\frac{\omega_p}{\omega}\right)^2} < \sqrt{0} \leftarrow 純虚数$$

↳ $\chi < -1$ なんで…??

電磁波とは逆位相の分極が発生することになる

→ 物質内部には電磁波が入りこめない

反射率は全反射になることから

$\therefore R = 1$ となる

(6) 全反射のこと。

金属の表面は金属光沢を示す

金属中に全く電磁波が入りこめずに

全反射することから示される。

→ 砂川 P206 に別解が